

Gleichungen

$$x + 7 = 15$$

$$x = 8$$

$$G = \mathbb{Z}$$

$$L = \{8\}$$

G.....Grundmenge

L.....Lösungsmenge

$$x + 4 = 1$$

$$x = -3$$

$$G = \mathbb{N}$$

$$L = \{\}$$

Die **Lösungsmenge** umfasst alle **Zahlen der Grundmenge**, für die die **Gleichung richtig** ist.

Äquivalenzumformung

Die Lösungsmenge einer Gleichung ändert sich nicht, wenn man

Die Lösungsmenge einer Gleichung ändert sich nicht, wenn man

- beide Seiten der Gleichung vertauscht.
- zu beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl addiert.
- von beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl subtrahiert.
- beide Seiten der Gleichung mit der gleichen Zahl a ($a \neq 0$) multipliziert.
- beide Seiten der Gleichung durch die gleiche Zahl dividiert.
- beide Seiten der Gleichung quadriert.
- aus beiden Seiten der Gleichung die Wurzel zieht.

$$5x - 8 = 2x + 10$$

$$5x - 8 - 2x = 2x + 10 - 2x$$

$$3x - 8 = 10$$

$$3x - 8 + 8 = 10 + 8$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

$$|-2x \quad G = \mathbb{N}$$

$$|+8$$

$$|:3$$

$$L = \{6\}$$

Arten von Gleichungen

Bestimmungsgleichung

$$\begin{array}{l} 3x - 7 = 6x + 3 \quad | - 3x \quad \quad \quad G = Z \\ - 7 = 3x + 3 \quad | - 3 \\ - 10 = 3x \quad | : 3 \\ x = -\frac{10}{3} \quad L = \left\{ -\frac{10}{3} \right\} \end{array}$$

Allgemeingültige Gleichung

$$\begin{array}{l} 2 \cdot (2x + 1) = 4x + 2 \quad \quad \quad G = N \\ 4x + 2 = 4x + 2 \quad | - 2 \\ 4x = 4x \quad | : 4 \\ x = x \quad \quad \quad L = G = N \end{array}$$

Widersprüchliche Gleichungen

$$\begin{array}{l} 3x + 7 = 3 \cdot (x - 1) \\ 3x + 7 = 3x - 3 \quad | - 3x \\ 7 = - 3 \quad \quad \quad \text{Widerspruch!} \quad \quad \quad L = \{ \} \end{array}$$

Verhältnisgleichungen

$$\begin{array}{l} x : 4 = 15 : 5 \\ \frac{x}{4} = \frac{15}{5} \quad | \cdot 5 \cdot 4 \\ 5 \cdot x = 15 \cdot 4 \quad | : 5 \\ x = 12 \quad \quad \quad L = \{12\} \end{array}$$

Produkt der Außenglieder = Produkt der Innenglieder