Die Menge der reellen Zahlen R

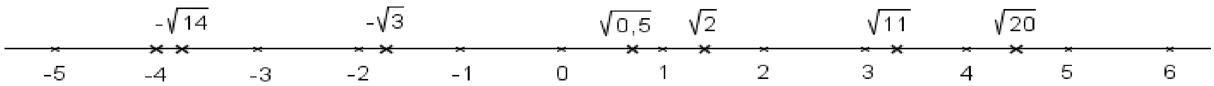
bestehen aus den

rationalen Zahlen Q und den **irrationalen Zahlen I**

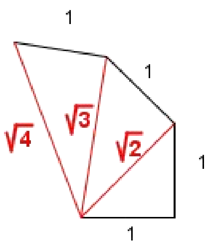
Endliche und periodische Dezimalzahlen = Bruchzahlen

Unendliche Dezimalzahlen lassen sich nicht als Bruch darstellen

Die Zahlengerade

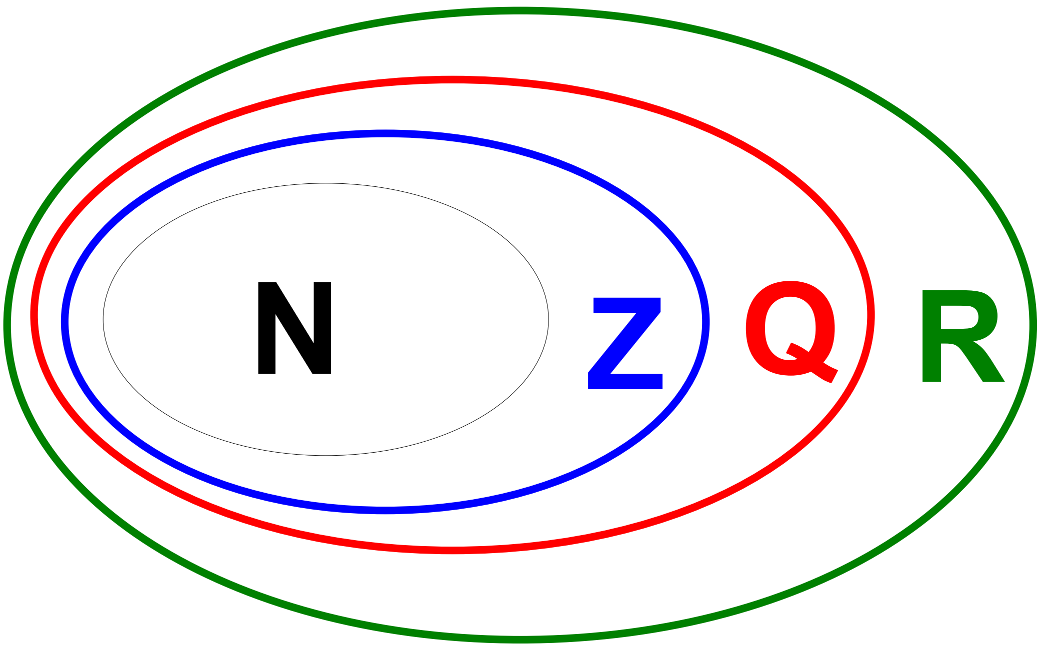


Die reellen Zahlen füllen die Zahlengerade lückenlos.
Zu jedem Punkt auf der Zahlengeraden gehört eine reelle Zahl.
Die Quadratwurzel aus einer „Nicht-Quadratzahl" ist eine irrationale Zahl.



So kannst du Quadratwurzeln darstellen!

Die Zahlenmengen



N....natürliche Zahlen

Z....ganze Zahlen

Q....rationale Zahlen

R....reelle Zahlen

Potenzen und Wurzeln

Quadratzahlen und Quadratwurzeln

$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$
$1{,}9^2 = 3{,}61$	$\sqrt{3{,}61} = 1{,}9$
$60^2 = 3600$	$\sqrt{3600} = 60$

Das Quadratwurzelziehen ist die Umkehrung des Quadrierens.

Potenzen und Wurzeln höheren Grades

$1^3 = 1$	$2^5 = 32$	$\sqrt[5]{32} = 2$
$2^3 = 8$	$3^4 = 81$	$\sqrt[4]{81} = 3$
$3^3 = 27$	$(-1)^5 = -1$	$\sqrt[5]{-1} = -1$
$4^3 = 64$	$5^4 = 625$	$\sqrt[4]{625} = 2$
$5^3 = 125$	$(-1)^8 = 1$	$\sqrt[3]{64} = 4$
$6^3 = 216$	$5^0 = 1$	$\sqrt[3]{216} = 6$

Beachte: $a^0 = 1$ $\quad \sqrt[x]{a^x} = a$

Addieren und Subtrahieren von Wurzeln

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5}$$
$$3 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{3}$$
$$4 \cdot \sqrt{7} - \sqrt{7} = 3 \cdot \sqrt{7}$$
$$5 \cdot \sqrt{a} + 3 \cdot \sqrt{c} - 2 \cdot \sqrt{c} - 3 \cdot \sqrt{a} = 2 \cdot \sqrt{a} + \sqrt{c}$$

Multiplizieren und Dividieren von Wurzeln

$$\sqrt{24 \cdot 6} = 12$$
$$\sqrt{25} \cdot \sqrt{49} = 35$$
$$\sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{6}$$

Einen Faktor „unter die Wurzel bringen“

Einen Faktor kann ich unter die Quadratwurzel bringen, wenn ich ihn quadriere.

$$2 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}$$

$$6 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{6^2}{3}} = \sqrt{12}$$

$$a \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b} = \sqrt{a^2\ b}$$

$$3a \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{9a^2 \cdot b}{a}} = \sqrt{9ab}$$

Teilweises Wurzelziehen

Wenn ich Zahlen in Quadratzahlen zerlege, kann ich aus diesen die Quadratwurzel ziehen.

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3 \cdot \sqrt{3}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{x^2 \cdot y} = x \cdot \sqrt{y}$$

$$\sqrt{a^3 \cdot b^2} = ab \cdot \sqrt{a}$$

Rationalmachen des Nenners

Im Nenner eines Bruches soll eine rationale Zahl stehen (gemeinsamer Nenner?).

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{5} = 2 \cdot \sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{50} + \sqrt{20}}{10}$$

$$\frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4 - 2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{6 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} + 6 \cdot \sqrt{2}}{1} = 6 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})$$